Introdução

Considere a seguinte situação enfrentada por um farmacêutico que está pensando na montagem de uma farmácia, onde ele preencherá prescrições. Ele planeja a abertura às 9 a.m. todo dia da semana e espera que, na média, existirão cerca de 32 prescrições solicitadas diariamente antes das 5 p.m. Sua experiência indica que o tempo que ele levará para preencher as prescrições , desde que comece a trabalhar nela, é uma quantidade randômica tendo uma média de um desvio padrão de 10 e 4 minutos, respectivamente. Ele planeja não aceitar novas prescrições depois das 5 p.m., embora ele permaneça na loja depois desta hora se necessário para preencher todas as prescrições ordenadas daquele dia. Dado este cenário o farmacêutico está provavelmente, entre outras coisas, interessado nas respostas das seguintes questões:

1. Qual é o tempo médio que ele sairá de sua loja à noite?
2. Qual a proporção dos dias que ele permanecerá trabalhando até 5:30 p.m.?
3. Qual é o tempo médio que ele levará para preencher uma prescrição (tomando em conta que ele não possa começar a trabalhar numa prescrição recentemente chegada até que todas as outras que chegaram anteriormente sejam preenchidas)?
4. Qual a proporção de prescrições que serão preenchidas dentro de 30 minutos?
5. Se ele mudar sua política de aceitar todas as prescrições entre 9 a.m. e 5 p.m., mas ao invés disto aceitar novas quando existirem um pouco manos do que cinco prescrições precisando ser preenchidas, quantas prescrições, na média, serão perdidas?
6. Como as condições de limitar os atendimentos afetarão as respostas das questões 1 até 4?

Para empregar matemática para analisar esta situação e responder as questões, construiremos primeiro um modelo de probabilidade. Para fazer isto é necessário fazer algumas hipóteses razoavelmente precisas com relação ao cenário precedente.

Por exemplo, devemos fazer algumas hipóteses sobre o mecanismo probabilístico que descreve as chegadas dos 32 clientes em média diariamente. Uma hipótese possível poderia ser que a taxa de chegada seja, num sentido probabilístico, constante durante o dia, enquanto uma segunda (provavelmente mais realista) hipótese é que a taxa de chegada depende da hora do dia. Devemos então especificar uma distribuição de probabilidades (tendo média 10 e desvio padrão 4) para o tempo que ele leva de serviço numa prescrição, e devemos fazer hipóteses sobre se o tempo de serviço de uma dada prescrição sempre tem ou não esta distribuição ou se ele muda como uma função de outras variáveis (p.ex, o número de prescrições que estão esperando para serem preenchidas ou a hora do dia). Isto é, devemos fazer hipóteses probabilísticas sobre as chegadas diárias e tempo de serviço. Devemos também decidir se a lei de probabilidade descrevendo um dado dia muda como uma função do dia da semana ou se ela permanece basicamente constante durante o tempo. Após estas hipóteses, e possivelmente outras, terem sido especificadas, um modelo de probabilidade do nosso cenário terá sido construido.

Uma vez um modelo de probabilidade ter sido construído, as respostas às questões podem, em teoria, ser analiticamente determinada. Entretanto, na prática, estas questões são muito difíceis de se determinar analiticamente, e então para respondê-las usualmente temos de fazer um estudo de simulação. Um tal estudo programa mecanismos probabilísticos num computador, e utilizando "números randômicos" ele simula ocorrências possíveis deste modelo sobre um grande número de dias e então utiliza a teoria da estatística para estimar as respostas às questões tal como aquelas dadas. Em outras palavras, o programa de computador utiliza números aleatórios para gerar os valores de variáveis aleatórias assumindo distribuições de probabilidade, que representem as horas das chegadas e os tempos de serviços das prescrições. Usando estes valores, ele determina durante muitos dias as quantidades de interesse relacionadas às questões. Ele então usa técnicas estatísticas para fornecer respostas estimadas — por exemplo, se a saída de 1000 dias simulados existirem 122 nos quais o farmacêutico ficou trabalhando até 5:30, estimaríamos que a resposta à questão 2 é 0.122. Para ser capaz de executar tal análise deve-se ter algum conhecimento de probabilidade tal como decidir sobre certas distribuições de probabilidade e questões tais que se variáveis aleatórias apropriadas forem assumidas independentes ou não. Uma revisão de probabilidade é fornecida no Capítulo 2. As b ases de um estudo de simulação são os assim chamados números randômicos. Uma discussão destas quantidades e como elas são geradas no computador, é apresentada no Capítulo 3. Os Capítulos 4 e 5 mostram como se pode usar os números randômicos para gerar os valores das variáveis aleatórias tendo distribuições arbitrárias. Distribuições discretas são consideradas no Capítulo 4 e aquelas contínuas no Capítulo 5. Após completar o Capítulo 5, o leitor deverá ter algum conhecimento sobre a construção de modelo de probabilidade para um dado sistema e também como usar números randômicos para gerar os valores das quantidades randômicas relacionadas a este modelo. O uso destes valores gerados para rastrear o sistema como ele desenvolve continuamente durante o tempo — isto é, a simulação real do sistema — é discutida no Capítulo 6, onde apresentamos os conceitos de "eventos discretos" e indica como utilizar estas entidades para se obter uma abordagem sistemática para os sistemas em simulação. A abordagem de simulação de eventos discretos conduz a programas de computador, que podem ser escritos em qualquer linguagem que o leitor se sentir melhor, que simule o sistema um grande número de vezes. Algumas sugestões relativas a verificação deste programa — para averiguar se ele está realmente fazendo aquilo que é desejado — são dadas também no Capítulo 6. O uso das saídas de um estudo de simulação para responder questões probabilísticas relativas ao modelo necessita o uso da teoria estatística, e este assunto é introduzido no Capítulo 7. Este capítulo começa com os conceitos básicos mais simples da estatística e continua adiante a inovação recente da "bootstrap statistics," que é muito útil na simulação. Nosso estudo de estatística indica a importância da variância dos estimadores obtida de um estudo de simulação como uma indicação da eficiência da simulação. Em particular, quanto menor esta variância for, menor é a quantidade de simulação necessária para obter uma precisão fixada. Como um resultado somos conduzido, no Capítulo 8, à maneiras de se obter novos estimadores que são melhoramentos sobre os estimadores de simulação grosseiros porque eles reduziram as variâncias. Este tópico de redução da variância é extremamente importante num estudo de simulação porque ele pode melhorar substancialmente sua eficiência. O Capítulo 9 mostra como se pode usar os resultados de uma simulação para verificar, quando alguns dados da vida real estiverem disponíveis a apropriação do modelo de probabilidade (que simulamos) a ser a situação do mundo real. O Capítulo 10 introduz o tópico importante dos métodos de Monte Carlo e Cadeia de Markov. O uso destes métodos, em anos recentes, expandiu grandemente a classe de problemas que podem ser atacados pela simulação. O Capítulo 11 considera uma variedade de tópicos adicionais.

Exercícios

1. Os dados seguintes mostram a hora de chegada e o tempo de serviço que cada cliente exigirá, para os primeiros 13 clientes num único sistema servidor. O chegar, um cliente ou entra em serviço se o servidor estiver livre ou se junta à fila de espera. Quando o servidor completar o trabalho de um cliente, o próximo da fila (i.e., aquele um que ficou esperando mais tempo) entra em serviço.
Horas de Chegada: 12 31 63 95 99 154 198 221 304 346 411 455 537
Tempos de Serviço: 40 32 55 48 18 50 47 18 28 54 40 72 12
(a) Determine a hora de saída destes 13 clientes.
(b) Repita o item (a) quando existirem dois servidores e um cliente puder ser servido por um deles.
(c) Repita (a) sob a nova hipótese que quando o servidor completa um serviço, o próximo cliente a entrar em serviço é aquele que ficou esperando o menor tempo.

2. Considere uma estação de serviço onde os clientes chegam e são servidos na sua ordem de chegada. Seja A_n, S_n, e D_n denotando, respectivamente, a hora de chegada, o tempo de serviço, e a hora de saída do cliente n. Suponha que exista um único servidor e que o sistema esteja inicialmente vazio de clientes.
(a) Com $D_0 = 0$, argue que para $n > 0$
$D_n - S_n = \text{Maximum}\,\{Na, D_{n-1}\}$
(b) Determine a fórmula de recorrência correspondente quando existirem dois servidores.
(c) Determine a fórmula de recorrência quando existirem k servidores.
(d) Escreva um programa de computador para determinar a hora de saída como uma função da hora de chegada e do tempo de serviço e use-o para verificar suas respostas nas partes (a) e (b) do Exercício 1